AH– 1108 CV-19 S

B.A./B.Sc. (Part-I)

Term End Examination 2019-20

Paper-III

MATHEMATICS

Time: Three Hours] [Maximum Marks: 50

नोटः– प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note:Solve any two parts from each question. All question carry equal marks.

इकाई 1/Unit-I

1. (a) यदि $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ तथा $\vec{a}',\vec{b}',\vec{c}'$ व्युत्क्रम पद्धति के सदिश हो तो सिद्ध कीजिए।

$$\left(\vec{a}'\times\vec{b}'\right)+\left(\vec{b}'\times\vec{c}'\right)+\left(\vec{c}'\times\vec{a}'\right)=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]}$$

जहाँ $[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]\neq 0$

If $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ *and* $\vec{a}',\vec{b}',\vec{c}'$ *are vector of resiprocal system then prove that.*

$$(\vec{a}'\times\vec{b}')+(\vec{b}'\times\vec{c}')+(\vec{c}'\times\vec{a}')=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]}$$

Where $[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]\neq 0$

(b) यदि $\vec{r}$ किसी बिन्दु का स्थिति सदिश है तथा r उसका मापांक है, तो सिद्ध कीजिए

$$div(r^n\vec{r})=(n+3)r^n$$

If $\vec{r}$ *is a position Vector of any point and r is modules. then prove that*

$$div(r^n\vec{r})=(n+3)r^n$$

(c) सिद्ध कीजिए $div(grad\ \vec{r})=m(m+1)r^{m-2}$

Prove that $div(grad\ \vec{r})=m(m+1)r^{m-2}$

इकाई 2/Unit-II

2. (a) $\int_c \vec{f}.\overrightarrow{dr}$ का मूल्यांकन कीजिए जहाँ $\vec{F}=x^2\hat{\imath}-xy\hat{\jmath}$

जहाँ वक्र c, xy समतल में $y^2=x$ का (0,0) से (1,1) तक चाप है–

Evaluate $\int_c \vec{f}.\overrightarrow{dr}$ *where* $\vec{F}=x^2\hat{\imath}-xy\hat{\jmath}$ where c is a curve $y^2=x$ *in xy plane from* $(0,0)$ *to* $(1,1)$

(b) गॉस प्रमेय से सिद्ध कीजिए

$$\iint_s [(x^3-yz)i-2x^2y\hat{\jmath}+2\hat{k}].\hat{n}\,ds=\frac{a^5}{3}$$

जहाँ S,समतलों x=0, x=a; y=0, y=a; z=0,z=4 से घिरा घन का एक पृष्ठ है।

Prove by Gauss theorem

$$\iint_s [(x^3-yz)i-2x^2y\hat{\jmath}+2\hat{k}].\hat{n}\,ds=\frac{a^5}{3}$$

Where s is a Surface cube of a bounded by plane x=0, x=a, y=0, y=a, z=0, z=a.

(c) स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिए

जब $\vec{F} = y\hat{x} + z\hat{j} + z\hat{k}$ तथा पृष्ठ s गोले का $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का XY समतल के ऊपर का भाग है।

Verify Stoke's Theorem where $\vec{F} = y\hat{x} + z\hat{j} + z\hat{k}$ and s is the Surface of Sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1\ above\ XY\ plane.$

इकाई 3/Unit-III

3. (a) शांकव $17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the Conic $17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$.

(b) सिद्ध कीजिए कि संनाभि शांकव समकोण पर प्रतिच्छेद करती है।

Prove that the confocal conic interest at right angle.

(c) सिद्ध कीजिए $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ शांकव का ध्रुवीय समीकरण है, जबकि नामि ध्रुव है तथा अक्ष प्रारंभिक रेखा है।

Prove that the polar equation of conic is

$$\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta, Where\ pole\ is\ the\ focus\ and\ axis\ is\ initial\ line.$$

इकाई 4/Unit-IV

4. (a) यदि गोला $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ का कोई स्पर्श समतल निर्देशांको पर अंतः खण्ड a,b,c बनाता है।

तो सिद्ध कीजिए। $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{r^2}$

If tangent plane of any Sphere $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ cut the intercepts a,b,c on the axies. Then prove that

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{r^2}$$

(b) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष मूलबिन्दु है और निम्नलिखित वक्रों से होकर जाता है।

$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1,\ lx + my + nz = P$

Find the equation of cone, Whose vertex is origin and passing through the Curve

$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1,\ lx + my + nz = P$

(c) उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका जनक रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ के समानंतर है तथा वक्र $x^2 + y^2 = 16\ and\ Z = 0$ से होकर जाते है।

Find the equation of cylinder whose generating line is parallel to $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ and passing through Curve $x^2+y^2=16$ and $Z=0$

इकाई 5 / Unit-V

5. (a) शांकवन $ax^2+by^2+cz^2=1$ के बिन्दु (α,β,r) पर स्पर्श समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of tangent plane of the conicoid $ax^2+by^2+cz^2=1$ at the point (α,β,r)

(b) परवलयज $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}=Z$ के बिन्दु (4,3,5) पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of normal at the point (4,3,5) to the paraboloid $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}=Z$

(c) अतिपरवलयज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ के बिन्दु $(acos\alpha, bsin\alpha, 0)$ से जाने वाले जनकों का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the generating lines of the hyperboloid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ Which passes through the point $(acos\alpha, bsin\alpha, 0)$.